

І.І. МАКСИМОВ, Т.М. КОВАЛЬЧУК, кандидати техн. наук, доценти,  
В.А. КОВАЛЬЧУК, д-р техн. наук, проф., Криворізький національний університет

## ОСОБЛИВОСТІ ПІДГОТОВКИ ЗДОБУВАЧІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ГІРНИЦТВО» ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ

**Мета.** Нагальною проблемою підготовки сучасних здобувачів вищої освіти є слабкий зв'язок логіки засвоєння дисциплін загальної підготовки, зокрема вищої математики, з вимогами до засвоєння дисциплін професійної підготовки спеціальності «Гірництво». Виходячи з вищевикладеного, в статті поставлено мету щодо поєднання абстрактних математичних методів і професійно-орієнтованих задач для підвищення якості підготовки та формування спеціальних компетентностей здобувачів вищої освіти.

**Методи.** В статті використано загально-логічні та загальнонаукові методи досліджень. Зокрема, при побудові та аналізі графічних моделей застосовано методи формалізації, аналогії та верифікації абстрактних моделей кар'єра і конкретних результатів його функціонування. Методи моделювання, оптимізації та емпіричного дослідження використано при встановленні взаємозв'язків технологічних показників і параметрів роботи кар'єрів та знаходженні їх екстремальних значень. Окрім цього, при опрацюванні науково-методичної літератури використано методи аналізу і узагальнення.

**Наукова новизна** полягає в удосконаленні пропедевтичних методів підготовки здобувачів спеціальності «Гірництво», їх наступності з теоретичними засадами формування системного уявлення та світогляду при вирішенні наукових і виробничих завдань.

**Практична значимість** досліджень, що викладені в статті, полягає у створенні системи професійно-орієнтованих задач з курсу вищої математики, розв'язок яких змістовно поєднано із завданнями професійної підготовки гірників. Запропонована методика такого пропедевтичного підходу дає можливість більш усвідомлено підходити до вирішення формально-логічних задач з вищої математики і на виході забезпечує ефективні важелі і мотивацію для виконання кваліфікаційних робіт і фахового зростання.

**Результати.** Результати досліджень та практичні рекомендації формують у здобувачів цілісне уявлення про взаємозв'язок дисциплін циклу загальної і професійної підготовки, що суттєво впливає на якісне формування спеціальних компетентностей і не обмежується розглянутим розділом вищої математики і має перспективи поширення.

**Ключові слова:** гірництво, математична підготовка, система професійно-орієнтованих задач, вимоги, методика.

doi: 10.31721/2306-5451-2021-1-53-70-76

**Проблема та її зв'язок з науковими і практичними завданнями.** Останнім часом сучасна вища освіта функціонує в умовах постійних трансформацій і стикається з рядом проблем, пов'язаних із скороченням годин на викладання дисциплін загальної підготовки, послабленням міждисциплінарних зв'язків, зниженням середнього рівня підготовки абітурієнтів та комерціалізацією вищої освіти тощо.

Зважаючи на вимоги стандартів вищої освіти та освітньо-професійних програм щодо технічних спеціальностей в цілому, і гірничої зокрема, в яких компетентностями передбачено формування у здобувачів знань і вмінь з вирішення складних фахових завдань, необхідно спрямовувати їх математичну підготовку на вирішення задач прикладного та інноваційного характеру. Для спеціальності «Гірництво» та її спеціалізацій суттєвим є системне пропедевтичне навчально-математичне поєднання вивчення вищої математики з вимогами до засвоєння освітніх компонент циклу професійної підготовки, що потребує їх глибокого осмислення та засвоєння, і підтверджує актуальність зазначеної проблеми.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Проблеми вищої освіти жваво обговорюються і є цікавими для суспільства. Так П. Шульте [1, с. 187] наголошує, що головною функцією університету є «підготовка студентів до підприємницької активності та самозайнятості». Т. Безусова [2, с. 137] вважає, що до навчальних закладів на перший план висуваються вимоги підготовки системних інтелектуальних, рефлексивних, творчих, моральних особистостей, що можуть ефективно організувати діяльність у соціальному, економічному та культурному сенсі. Освітня [3, с. 72] виступають за посилення співпраці між підприємствами (бізнесом) і навчальними закладами, що «забезпечить практичну спрямованість навчального процесу, підвищить якість підготовки майбутніх фахівців відповідно до очікувань роботодавців». Г. Васьківська [4, с. 46] піднімає питання фундаменталізації змісту освіти, яка «покликана забезпечити позитивні зрушення у сфері опанування основ навчальної професійної і соціальної діяльності». Фахівці В.П. Мурашківська та С.П. Казнадій [5, с. 121] зазначають, що при підготовці інженерів-механіків «студенту необ-

хідно мати математичні знання для вирішення практичних завдань, вміти застосовувати математичні методи для моделювання виробничих, технологічних процесів в подальшій професійній діяльності».

**Постановка завдання.** Освітня підготовка фахівців спеціальності «Гірництво» висуває певні вимоги до методики їх математичної підготовки. Одним з напрямків реалізації зазначеної мети є створення системи професійно-орієнтованих задач, що дозволяє більш якісно сформулювати їх спеціальні компетентності для подальшої фахової діяльності.

**Викладання матеріалу та результати.** У Криворізькому національному університеті, який знаходиться у найбільшому в Україні гірничо-видобувному промисловому регіоні і практично забезпечує стовідсоткову потребу в інженерах гірничих спеціальностей, значна увага приділяється питанням якісної підготовки здобувачів. Традиційно затребуваною є спеціальність «Гірництво», здобувачі якої протягом першого року навчання повинні одержати базові знання з вищої математики. Одним із завдань вивчення курсу є, з одного боку, одержання таких знань, а з іншого, – формування усвідомленого ставлення до можливості їх застосування у майбутній професійній та науково-дослідницькій діяльності. Тому було поставлено мету створення системи задач за кожною темою вищої математики, які б розкривали можливості застосування математики у гірничій справі з акцентом на відповідні дослідження професорсько-викладацького складу навчального закладу. Це дозволить підвищити інтерес здобувачів до навчання і ознайомитися з фаховими публікаціями провідних викладачів Криворізького національного університету (КНУ).

Пропонуємо, як приклад, розглянути систему професійно-орієнтованих задач за розділом вищої математики «Функції багатьох змінних» за основними темами цього розділу.

1. *Функції багатьох змінних.* Наочним прикладом функції двох змінних є рельєф місцевості, де висота в кожній його точці залежить від координат  $x$  та  $y$ . Спостереження за зміною рельєфу вказують на різний характер зміни його висоти в різних напрямках (зростання, спадання, максимальне або мінімальне значення). Як і для функції однієї змінної  $y = f(x)$ , для дослідження функції багатьох змінних використовується похідна, яка вона визначає швидкість зростання ( $z' > 0$ ) або спадання ( $z' < 0$ ) значень функції (швидкість зміни висоти рельєфу).

2. *Гradient функції.* Зважаючи на те, що градієнт – це вектор, який показує напрямок найбільшого зростання функції, його використовують для пошуку екстремальних значень функції (максимальних або мінімальних). Відповідний метод називається градієнтним і може використовуватися, зокрема, при графічному розв'язанні задач лінійного програмування.

Оригінальне застосування градієнтного методу в гірничій справі запропоновано професором КНУ В.Завсєгдашнім [6]. Ним було встановлено, що за градієнтом  $grad(\alpha)$  функції  $\alpha = \alpha(x; y)$ , яка визначає вміст заліза в руді, можна знайти місце найбільшої концентрації заліза в межах кар'єра. Припустимо, що кар'єр може працювати упродовж п'яти років за різними варіантами за умови, що загальний прибуток гірничого підприємства за цей період буде однаковий. Якщо, в першу чергу, буде відпрацьовуватися більш багата руда (її місце розташування визначається за допомогою градієнта), то на перших етапах буде одержуватися прибуток вище середнього, а додаткові кошти можна вкласти в розвиток підприємства. Якщо функція якості  $\alpha = \alpha(x; y; z)$  – це функція трьох змінних, то градієнт визначає напрямок найбільшого зростання вмісту заліза у кар'єрі і можна визначити місце його найбільшої концентрації.

3. *Диференціал функції.* За допомогою диференціалу знаходять головну (основну) частину приросту функції. Чим менше приріст аргументів  $\Delta x$  і  $\Delta y$ , тим менша різниця між приростом функції та диференціалом. Тобто, за допомогою диференціала можна наближено знайти різницю значень  $\Delta z$  функції між двома сусідніми точками. Якщо необхідно знайти значення функції в незручній для обчислення точці  $N$ , а поряд є зручна для обчислення точка  $M$ , то знаходять значення функції в зручній точці, а різницю значень функції між сусідніми точками визначають наближено за допомогою диференціалу (його значення в зручній точці  $M$ ).

Цей принцип в своїх дослідженнях використав професор В. Бизов [7]. Кар'єрами видобувається залізна руда з невеликим вмістом заліза ( $\alpha = 25 \div 45\%$ ). Руду подрібнюють (60% складає фракція  $0,07 \div 0,08$  мм) та за допомогою подальшого її збагачення одержують

концентрат з умістом заліза ( $\beta = 62 \div 64\%$ ), а частину заліза втрачають у відходах ( $\nu = 12 \div 18\%$ ). Використовуючи загальний баланс заліза в руді, концентраті та відходах, одержують формулу для оцінки виходу заліза в концентрат, який є показником якості збагачення, частка одиниці

$$\gamma = (\alpha - \nu) / (\beta - \nu).$$

Якість руди, яка надходить на збагачувальну фабрику, змінюється, що призводить до втрат заліза і збільшення його вмісту у відходах. При цьому вихід концентрату зменшується. Для всіх залізорудних комбінатів Кривбасу емпірично встановлено залежність між вмістом заліза у відходах та коливаннями його якості  $\sigma$  (методом найменших квадратів)  $\nu = k\sigma + b$ . Для різних комбінатів параметри  $k$  і  $b$  відрізняються, що обумовлено різним складом руди. Зважаючи на це, можна одержати функцію двох змінних, яка встановлює залежність виходу концентрату від якості заліза ( $\alpha$ ) та його середньоквадратичного відхилення від середнього значення

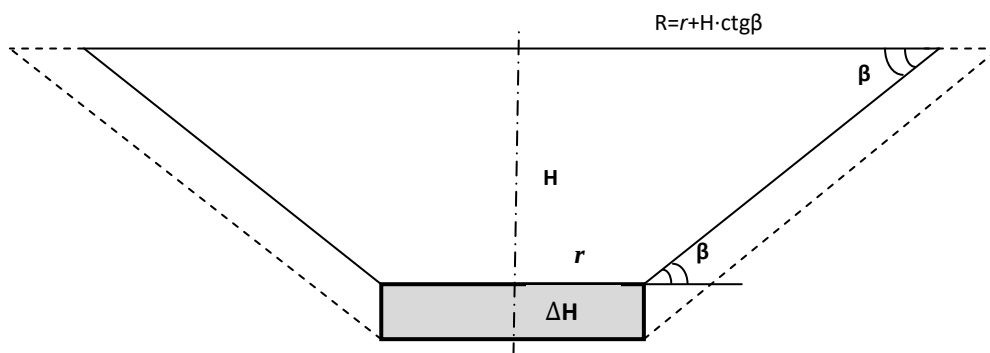
$$\gamma = \frac{\alpha - k\sigma - b}{\beta - k\sigma - b}; \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} > 0; \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \sigma} < 0.$$

Застосовуючи повний диференціал, автор показав, що основний вплив на зменшення виходу концентрату здійснюють коливання якості руди ( $\sigma$ ). Різні усереднювальні системи дозволяють зменшити коливання якості руди ( $\sigma$ ), збільшити вихід концентрату ( $\Delta \gamma \approx d\gamma$ ) та одержати додатковий прибуток. Таким чином, застосування диференціалу дозволило оцінити приріст виходу концентрату та знайти оптимальні параметри усереднювальних систем, які дозволять забезпечити максимальний прибуток комбінату в цілому.

Розглянемо задачу, де застосування диференціалу дозволяє спростити визначення показників роботи кар'єра. При експлуатації кар'єра доводиться вилучати значну кількість розкривних порід, які необхідно розпушувати вибуховим способом, виймати та транспортувати на поверхню кар'єра та складувати їх у відвалах. Щоб добути  $1 \text{ м}^3$  руди, необхідно вилучити декілька куб. м розкривних порід, що значно збільшує собівартість видобутку та знижує ефективність експлуатації кар'єра. Одним з показників експлуатації кар'єра є коефіцієнт розкриття, який характеризується відношенням об'єму розкривних порід  $V_n$  до об'єму руди  $P_n$

$$K_p = V_n / V_p.$$

Зазначені показники змодельюємо на поперечному розрізі кар'єра (рис. 1).



**Рис 1.** Поперечний розріз кар'єра:  $r$  – радіус дна кар'єра;  $R$  – радіус поверхні кар'єра;  $H$  – глибина кар'єра;  $\beta$  – кут нахилу борту кар'єра

Із збільшенням глибини кар'єра коефіцієнт розкриття також збільшується, що приводить до відповідного зростання собівартості руди. За граничним значенням коефіцієнта розкриття (собівартістю видобутку руди) визначають граничну глибину кар'єра.

Об'єм кар'єра знаходиться як об'єм зрізаного конуса

$$V = \pi \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot H^3 \cdot \text{ctg}^2 \beta + H^2 \cdot r \cdot \text{ctg} \beta + r^2 \cdot H \right).$$

З часом глибина кар'єра збільшується на величину  $\Delta H$ , а відповідне збільшення об'єму кар'єра визначається наближено за допомогою диференціалу з рівності

$$dV = \pi(H^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta + 2H \cdot r \cdot \operatorname{ctg} \beta + r^2) \cdot \Delta H.$$

Частина знайденого приросту об'єму відповідає об'єму видобутої руди (знаходиться як об'єм циліндра радіуса  $r$  та висотою  $\Delta H$ )

$$V_p = \pi \cdot r^2 \cdot \Delta H.$$

Об'єм розкривних порід знаходять як різницю приросту об'єму кар'єра та об'єму вилученої руди.

Остаточню знаходять коефіцієнт розкриву за формулою

$$V_n = \Delta V - V_p \approx dV - V_p;$$

$$V_n = \pi \cdot (H^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta + 2H \cdot r \cdot \operatorname{ctg} \beta);$$

$$K_p = \frac{1}{r^2} \cdot (H^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta + 2H \cdot r \cdot \operatorname{ctg} \beta).$$

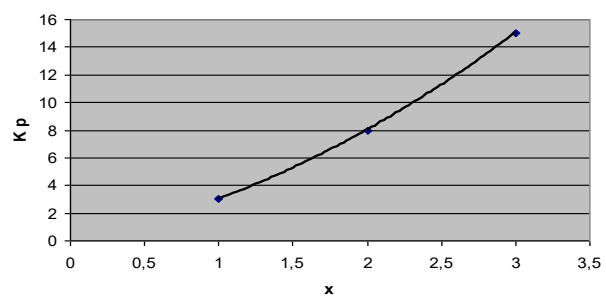
З одержаної формули видно, що коефіцієнт розкриву значно збільшується зі збільшенням глибини кар'єра (містить доданок, пропорційний квадрату глибини). З іншого боку, кар'єри великого розміру мають значно менший коефіцієнт розкриву.

Для спрощення введемо допоміжну змінну, яка показує відношення глибини кар'єра  $H$  до радіусу його дна  $r$ , тобто  $x = H / r$ . Тоді маємо

$$K_p = x^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta + 2x \cdot \operatorname{ctg} \beta.$$

Сучасні кар'єри Кривбасу досягли глибини 400 м. При горизонтальній потужності залізрудних покладів 100÷400м, значення  $r = 50 \div 200$ м та  $x = 2 \div 8$ . При таких умовах коефіцієнт розкриву та собівартість руди значно зростають. Встановлений за допомогою диференціалу функції аналітичний зв'язок між коефіцієнтом розкриву і основними параметрами кар'єра (при  $\beta = 45^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} \beta = 1$ ) графічно представлено на рис. 2.

**Рис. 2.** Графік залежності коефіцієнта розкриву від параметрів кар'єра



За наявності технологічних важелів щодо зменшення значення коефіцієнта розкриву, а саме використання тимчасового внутрішнькар'єрного відвалоутворення та регулювання кутами нахилу бортів, задачу застосування диференціалу функції можна розв'язати більш точно з урахуванням інноваційних проектно-технологічних рішень. Наприклад, при збільшенні кута нахилу  $\beta$  з  $28^\circ$  до  $45^\circ$ , значення  $\operatorname{ctg} \beta$  зменшується вдвічі, що рівнозначно зменшенню вдвічі параметра  $x$  кар'єра. Для цього застосовують подвоєні та потроєні уступи, а гірничу масу піднімають на поверхню конвеєрами.

**4. Пошук екстремальних значень функції двох змінних в теоретичних та практичних дослідженнях.**

Для знаходження критичних точок функції двох змінних розглядається система рівнянь

$$\begin{cases} z'_x = 0; \\ z'_y = 0. \end{cases}$$

Іноді цю систему складно або неможливо розв'язати точно. Якщо знайти оптимальні значення аргументів  $x_0$  і  $y_0$  в аналітичному, а не у наближеному чисельному вигляді, то можна дослідити вплив різних параметрів на оптимальне значення функції та виявити найбільш вагомі з них, що визначають ефективність виробництва. Відповідні дослідження були проведені на кафедрі відкритих гірничих робіт КНУ, професором Ю. Вілкулом [8, с. 59].

Для транспортування гірничої маси багато років застосовується комбінований транспорт. Гірничу масу з великої за розмірами робочої зони доставляється автосамоскидами до стаціонарної дробильної установки та піднімається на поверхню конвеєром. З часом робоча зона опускається нижче стаціонарної дробильної установки та розширюється, а відстань транспортування гірничої маси від екскаваторів значно зростає. Стаціонарна дробильна установка «консервує» велику частину робочої зони і не дає змоги дістати руду з нижче розташованих горизонтів.

Для вирішення зазначених проблем запропоновано використовувати кілька значно дешевших пересувних дробильних установок. При такій технології значно зменшуються затрати на автотранспорт, але збільшуються затрати на конвеєрний транспорт внаслідок ускладнення схем конвеєрів. Якщо розглянути схему з  $n$  концентраційних горизонтів по  $m$  перевантажувальних пунктах, то затрати на автотранспорт зменшуються в  $m \times n$  раз, а затрати на конвеєрний транспорт збільшуються.

При зазначеній вище технології будується функція загальних затрат та знаходяться частинні похідні по параметрам  $m$  та  $n$ . При розв'язанні системи рівнянь отримані аналітичні вирази для оптимальних значень параметрів  $m_0$  та  $n_0$  забезпечують мінімум загальних затрат на автомобільно-конвеєрний транспорт. Окрім того, визначається оптимальна різниця висот між концентраційними горизонтами, а також відстань між перевантажувальними пунктами на кожному горизонті, з яких гірнична маса транспортується на перевантажувальний пункт. Наявність аналітичних виразів дозволяє встановити залежність отриманих значень від параметрів кар'єра, показників роботи автомобільного та конвеєрного транспорту. Розрахунки показали, що при річній продуктивності кар'єра 8-10 млн. т. доцільно використовувати один перевантажувальний пункт, при 10-18 млн. т. – три, а при 20-35 млн. т. – п'ять перевантажувальних пунктів.

Таким чином, аналітичний розв'язок такої системи рівнянь (необхідна умова екстремуму) дозволив зробити детальний аналіз з рекомендаціями щодо вибору оптимальних схем доставки гірничої маси. Необхідно зазначити, що сучасний розвиток комп'ютерної техніки, наявність автоматизованих систем проектування кар'єрів (John Come та інші, одна з них K-Mine, розроблена професором КНУ В. Назаренко) дозволяє обробити велику кількість варіантів та відібрати оптимальний з них.

**5. Метод найменших квадратів.** Апроксимація використовується для виявлення залежності між змінними  $y$  та  $x$  (згладжування впливу випадкових величин, похибок вимірювання). Одержану залежність використовують для знаходження значень функції, для прогнозування подальшої зміни  $y$  та  $x$  при моделюванні більш складних процесів.

Цікавим прикладом використання результатів апроксимації є дослідження професора КНУ Ю. Астаф'єва [9]. Ним досліджувалися основні тенденції розвитку кар'єрного автотранспорту різних виробників різної вантажопідйомності та встановлювалися залежності таких основних показників, як потужність двигуна, собівартість перевезення, розмір коліс, коефіцієнт тарності, потужність гідравлічної системи тощо. При цьому виявлявся основний тренд та нівелювалися випадкові відхилення, які вносять окремі фірми своїми конструкторськими рішеннями. За результатами апроксимації прогнозувалися основні показники при проектуванні автосамоскидів вантажопідйомністю 110-150 т. та формувалися завдання на проектування окремих складових характеристик. Крім того, знайдені апроксимації було запропоновано використати для прогнозування й інших характеристик для автосамоскидів вантажопідйомністю 300-400 т.

На базі методу найменших квадратів здобувачам також пропонується вирішувати практичні задачі з встановлення кореляційних двофакторних і багатфакторних зв'язків між вихідними коливаннями якості руди, параметрами рудопотоків, складів тощо з якістю виробленого концентрату. При цьому, здобувачів знайомлять з науковими дослідженнями з цієї проблеми учених університету та їх прикладним значенням [10, с. 35].

**6. Метод множників Лагранжа.** Як одну із задач розділу вищої математики «Функції багатьох змінних», здобувачам пропонується проведення досліджень на існування умовного екстремуму функції за допомогою методу множників Лагранжа. Рішення прикладних задач такого типу базується на наукових працях професора КНУ В. Ковальчука [11]. Формалізація прикладних задач за цією темою базується на проблемі забезпечення обсягами концентрату заданої якості, який необхідно виробити.

У будь-якому кар'єрі є характерні ділянки з наявністю руди певної якості, яка характеризується виходом концентрату, вмістом заліза магнітного, коефіцієнтом розкриву. Відпрацювання ділянок необхідно планувати з дотриманням необхідного середнього вміст заліза в руді, що дасть змогу забезпечити виробництво концентрату певної якості. Планування розвитку гірничих робіт здійснюється за коефіцієнтом розкриву, а керованими змінними виступають обсяги руди і розкриву. Економічну оцінку оптимального варіанта зроблено за сумарними експлуатаційними витратами на видобувні і розкривні роботи.

Нехай кар'єр розділено на  $r$  ділянок, а коефіцієнт розкриву є основою для складання цільової функції технолого-математичної моделі,  $m^3/t$

$$\frac{V_1 + \dots + V_i + \dots + V_r}{P_1 + \dots + P_i + \dots + P_r} = n \rightarrow \min \quad (i = \overline{1, r}),$$

де  $P_1, \dots, P_i, \dots, P_r$  - обсяги руди, що необхідно вилучити з ділянок для забезпечення мінімального значення коефіцієнта розкриву;  $V_1, \dots, V_i, \dots, V_r$  - обсяги розкриву, що необхідно вилучити з ділянок для забезпечення мінімального значення коефіцієнта розкриву;  $n$  - коефіцієнт розкриву.

На цільову функцію накладаються наступні обмеження:

за кількістю виробленого концентрату

$$P_1 \cdot \gamma_{k1} + \dots + P_i \cdot \gamma_{ki} + \dots + P_r \cdot \gamma_{kr} = K \quad (i = \overline{1, r}),$$

де  $\gamma_{k1}, \dots, \gamma_{ki}, \dots, \gamma_{kr}$  - вихід концентрату з різновидів руд, розташованих на  $i$ -й ділянці, частка од.;  $K$  - запланована кількість концентрату, що необхідно виробити;

за якістю заліза в руді частка од.,

$$\frac{Fe_{p1} \cdot P_1 + \dots + Fe_{pi} \cdot P_i + \dots + Fe_{pr} \cdot P_r}{P_1 + \dots + P_i + \dots + P_r} = Fe_p^{cep} \quad (i = \overline{1, r}),$$

де  $Fe_{p1}, \dots, Fe_{pi}, \dots, Fe_{pr}$  - вміст заліза в руді на кожній ділянці кар'єра, частка од.;  $Fe_p^{cep}$  - середній вміст заліза в руді, що задовольняє вимогам до якості концентрату, частка од.;

за гірничотехнічними можливостями

$$P_i \leq P_i^{\max} \quad (i = \overline{1, r}),$$

де  $P_i^{\max}$  - максимально можливий обсяг видобутку руди на  $i$ -й ділянці, за гірничотехнологічними можливостями.

Кожна ділянка характеризується коефіцієнтом розкриву, а обсяги розкриву на  $i$ -й ділянці можна виразити:  $V_i = P_i \cdot n_i$ .

Для рішення задачі оптимізації, що поставлена вище, застосовано метод множників Лагранжа. Для цього за допомогою допоміжних змінних  $P_1^!, \dots, P_i^!, \dots, P_r^!$  систему обмежень зводять до системи рівнянь

$$P_i + P_i^! = P_i^{\max} \quad (i = \overline{1, r}).$$

Функція Лагранжа для визначення умовного екстремуму набуде вигляду

$$\begin{aligned} F(P_1, \dots, P_i, \dots, P_r, P_1^!, \dots, P_i^!, \dots, P_r^!, \lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_{r+2}) = & \frac{P_1 \cdot n_1 + \dots + P_i \cdot n_i + \dots + P_r \cdot n_r}{P_1 + \dots + P_i + \dots + P_r} + \\ & + \lambda_1 (K - (P_1 \cdot \gamma_{k1} + \dots + P_i \cdot \gamma_{ki} + \dots + P_r \cdot \gamma_{kr})) + \lambda_2 \cdot \left( Fe_p^{cep} - \frac{Fe_{p1} \cdot P_1 + \dots + Fe_{pi} \cdot P_i + \dots + Fe_{pr} \cdot P_r}{P_1 + \dots + P_i + \dots + P_r} \right) + \\ & + \lambda_3 \cdot (P_1^{\max} - P_1 - P_1^!) + \dots + \lambda_{i+2} \cdot (P_i^{\max} - P_i - P_i^!) + \dots + \lambda_{r+2} \cdot (P_r^{\max} - P_r - P_r^!), \end{aligned}$$

де  $\lambda_j$  - множник Лагранжа ( $j = \overline{1, r+2}$ ).

Запропонований метод визначення оптимального співвідношення обсягів видобутку між ділянками, який практично задає режим гірничих робіт, передбачає також гірничотехнологічне їх обґрунтування, яке залежить від конкретних умов розробки. Планування гірничих робіт в межах встановленого перспективного напрямку їх розвитку повинне виходити з умови встановлення для кожної ділянки оптимальних показників: обсягів руди і розкриву; параметрів системи розробки; коефіцієнта розкриву у зв'язку з розкриттям і підготовкою нових горизонтів в кар'єрі.

Рішення наведених професійно-орієнтованих задач ґрунтується на використанні загальнологічних та загальнонаукових методів дослідження. Зокрема, при побудові та аналізі графічних моделей застосовано методи формалізації, аналогії та верифікації абстрактних моделей кар'єра і конкретних результатів його функціонування. Методи моделювання, оптимізації та емпіричного дослідження використано при встановленні взаємозв'язків технологічних показників і параметрів роботи кар'єрів та знаходженні їх екстремальних значень. Окрім цього, при опрацюванні науково-методичної літератури використано методи аналізу і узагальнення.

**Висновки та напрямки подальших досліджень.** Підготовка якісного фахівця в сучасних умовах неможлива без поєднання абстрактних теоретичних знань з вищої математики з практичними завданнями, що формують його компетентності. Виходячи з цього, в статті окреслено систему професійно-орієнтованих задач з розділу вищої математики «Функції багатьох змінних» для здобувачів вищої освіти спеціальності «Гірництво». Акцентовано увагу на наступність застосування методів цього розділу вищої математики у науково-дослідницькій діяльності провідних вчених-гірників університету і підготовки фахівців за цією спеціальністю. Запропонована методика викладання матеріалу дає можливість усвідомлено підходити до вивчення фахових дисциплін, виконання кваліфікаційних та науково-дослідних робіт. Такий пропедевтичний підхід не обмежується тільки зазначеним розділом і може бути поширений й на інші розділи вищої математики, що є напрямком подальших досліджень.

#### Список літератури

1. Schulte P. The entrepreneurial university: a strategy for institutional development. Higher education in Europe. 1998. Vol. 29. Is. 2. P. 187-191.
2. Безусова Т.А. Пути организации компетентного подхода в сфере высшего профессионального образования. Фізико-Математична Освіта. № 1 (15). 2018. С. 137-141.
3. Тимошенко І.В., Мороз С.Є., Калашник О.В. Комерціалізація вищої освіти: баланс між перевагами та ризиками. БізнесІнформ. № 6. 2021. С. 72-77.
4. Vaskivska, H. Didactic aspects of upper secondary and university education fundamentalization. Science and Education. 2017. Issue 5. P. 46-50.
5. Мурашківська В.П., Казнадій С.П. Окремі аспекти формування професійної компетентності майбутніх інженерів-механіків у процесі математичної підготовки у ВНЗ. Фізико-Математична Освіта. № 4 (18). 2018. С. 121-125.
6. Завсегдашний В.А. Теоретические и методологические основы автоматизированного планирования горных работ железнорудных карьеров: дис. докт. техн. наук: 05.15.03. Кривой Рог, 1997. 247 с.
7. Бизов В.Ф. Управление качеством продукции карьеров: учеб. пособ. Москва: Недра, 1991. 239 с.
8. Вілкул Ю.Г., Слободянюк В.К., Максимов І.І. Оптимізація кількості концентраційних горизонтів при використанні автомобільно-конвеєрного транспорту. Розробка рудних родовищ. 2010. Вип.94. с.59-63.
9. Астафьев Ю.П. Добыча руд открытым способом за рубежом. Москва, 1983. 325 с.
10. Бизов В.Ф., Вілкул Ю.Г., Максимов І.І. Частотный состав колебаний качества руды на карьерах Кривбасса. Горный журнал. 1982. № 5. С. 35-37.
11. Ковальчук В.А., Ковальчук Т.М. Планування режиму гірничих робіт у кар'єрах: монографія. Кривий Ріг: Видавничий центр КТУ, 2009. 211 с.

УДК 621.181:62

В.В. СУРТАЄВ, канд. техн. наук, доц., Криворізький національний університет

### ПАРАМЕТРИ РОБОТИ ТЕПЛОУТИЛІЗАЦІЙНИХ УСТАНОВОК, ПРИСТРОЮ ТА СИСТЕМИ УТИЛІЗАЦІЇ ТЕПЛОТИ ПАРОГАЗОВИХ ВИКИДІВ З ТЕПЛОВИМИ НАСОСАМИ

**Мета.** Метою роботи є встановлення закономірностей процесу тепломасообміну в системах, пристроях та установках утилізації тепла з використанням теплонасосних установок (ТНУ), розробці ефективних рішень по їх використанню, в даному аспекті дослідження: проаналізовано стан питання енергозбереження вторинних енергоресурсів та їх ефективність використання, розвиток використання перспективного обладнання електро- і теплогенерації на низькокиплячих РТ.

**Методи дослідження.** Аналіз стану питання; математичне моделювання з визначенням обґрунтованих параметрів і дослідження енергетичної ефективності використання парогазових сумішей і можливостей генерації теплоти, електроенергії; визначення конструктивних параметрів і параметрів контактної тепломасообміну в контактному апараті на базі «форсунок камер» і їх впливу на ефективність роботи теплоутилізаційної системи, пристрою і установок з використанням, обладнання електро- і теплогенерації на низькокиплячих РТ.

**Наукова новизна** полягає в тому, що: аналізом і математичним моделюванням отримано графічну залежність між коефіцієнтом трансформації теплового насоса 3,5-6,5 в діапазоні параметрів теплоносія – температура 5-30 (джерела вторинних енергоресурсів), стосовно до розроблених енергозберігаючих та екологічно безпечних технологій утилізації теплоти процесів мокрого гасіння коксу та мокрої грануляції металургійних шлаків та інших наявних джерел, у тому числі шахтних вод і т.п. що представлені в Україні в цілому та Криворізькому регіоні зокрема.